

理数探究入試
サンプル問題
【算数】

試験時間40分
2問出題

1 1 から \square までのすべての整数の積を $!$ を用いて $\square!$ と表す。

例えば,

$$1 \text{ から } 3 \text{ までのすべての整数の積は } 3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$1 \text{ から } 4 \text{ までのすべての整数の積は } 4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

である。次の問いに答えなさい。

(1) $6! - 5!$ を計算しなさい。

(2) $(5! + \square!) \div 7 = 5!$ が成り立つとき, \square にあてはまる整数を答えなさい。

2 ある整数から、次の<操作>をくり返し行い、<操作>でできた整数を順にならべて列をつくります。

<操作>その整数が偶数ならば2で割り、奇数ならば3倍して1を足す

例えば、11 から<操作>をくり返し行くと、

11 は奇数なので、11 を3倍して1を足して、1回目の<操作>でできた整数は34となります。

次に、34は偶数なので、34を2で割って、2回目の<操作>でできた整数は17となります。

このようにしてできた整数を順にならべると、

34, 17, 52, 26, ……

という整数の列になります。

先生と花子さんがこの問題について対話しています。

先生：いくつかの整数について実際に試してみましょう。好きな整数からやってみてください。

花子：私の好きな整数は7なので、7でやってみますね。

7から<操作>をくり返し行っていくと、1回目の<操作>でできる整数は で、

2回目の<操作>でできる整数は です。

この<操作>をくり返し行っていくと、 回目の<操作>で1となります。

先生：その通りです。では、他の整数でもやってみましょう。12の場合はどうなりますか？

花子：12, 6, 3, 10, 5, 16, ……あれ？

先生：どうしました？

花子：今回も9回目の<操作>で になりました。もしかして、他の整数でもこうなるのですか？

先生：よく気がつきましたね。実は、この問題は「コラッツ予想」といって、どんな整数でも

<操作>をくり返し行っていくと、 になることが知られています。①9回目の<操作>

ではじめて になる整数は他にもあります。12以外に見つかりますか？

花子：え〜と。難しい…。

先生：9回目の<操作>で ということは8回目の操作ではいくつになっていますか？

花子：8回目の<操作>では になっています。ということは、7回目の<操作>では

になっているということですね。

先生：その通りです。 から逆順に整数を探していくと見つかりそうですね。

(1) ~ にあてはまる整数を答えなさい。

(2) 下線部①をすべて求め、小さい順に答えなさい。ただし、12は除きます。