

理数探究入試

サンプル問題

【算数】

試験時間40分
2問出題

1 1 から □ までのすべての整数の積を ! を用いて □! と表す。

例えば、

1 から 3 までのすべての整数の積は $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$

1 から 4 までのすべての整数の積は $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

である。次の問いに答えなさい。

(1) $6! - 5!$ を計算しなさい。

(2) $(5! + \square!) \div 7 = 5!$ が成り立つとき、□に入る整数を答えなさい。

2 ある整数から、次の<操作>を繰り返し行い、<操作>でできた数を順にならべて列をつくります。

<操作>その整数が偶数ならば2で割り、奇数ならば3倍して1を足す

例えば、11から<操作>を繰り返し行うと、

11は奇数なので、11を3倍して1を足して、1回目の<操作>でできた数は34となります。

次に、34は偶数なので、34を2で割って、2回目の<操作>でできた数は17となります。

このようにしてできた数を順にならべると、

34, 17, 52, 26, ……

という数の列になります。

先生と花子さんがこの問題について対話しています。

先生：いくつかの数について実際に試してみましょう。好きな数からやってみてください。

花子：私の好きな数は7なので、7でやってみますね。

7から<操作>をくり返し行っていくと、1回目の<操作>でできる数は□ア□で、

2回目の<操作>でできる数は□イ□です。この<操作>をくり返し行っていくと、

□ウ□回目の<操作>で1となります。

先生：その通りです。では、他の数でもやってみましょう。12の場合はどうなりますか？

花子：12, 6, 3, 16, ……あれ？

先生：どうしました？

花子：今回も9回目の操作で□工□になりました。もしかして、他の数でもこうなるのですか？

先生：よく気がつきましたね。実は、この問題は「コラッツ予想」といって、どんな数でも<操作>

を繰り返し行っていくと、□工□になることが知られています。①9回目の操作で□工□になる数は他にもあります。12以外に見つけられますか？

花子：え～と。難しい…

先生：9回目の操作で□工□ということは8回目の操作ではいくつになっていますか？

花子：8回目の操作では□オ□になっています。ということは、7回目の操作では□力□になっているということですね。

先生：その通りです。□工□から逆順に数を探していくと見つかりそうですね。

(1) 空欄にあてはまる数を答えなさい。

(2) 下線部①をすべて求め、小さい順に答えなさい。ただし、12は除く。